Representación de curvas

Una curva en el plano es un conjunto de puntos (x,y) que se obtienen mediante dos ecuaciones x(t) e y(t), es decir, una curva es en realidad una aplicación de R → R^2 , de forma que a cada punto t → (x(t), y(t)).

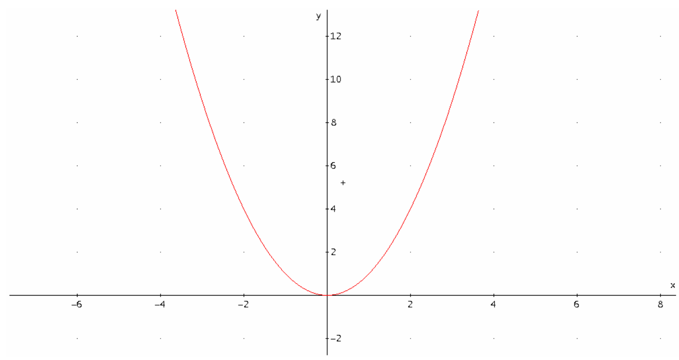
Ejemplo:

R → R^2 Podemos hacer una pequeña tabla de valores:

t → (t,t^2) x(t)= t
y(t) = t^2

t	**(x(t),y(t))**
0	(0,0)
1	(1,1)
2	(2,4)
-1	(-1,1)

En este caso x(t) e y(t) son funciones continuas y el conjunto de valores es una parábola..



Aquí tienes algunos ejemplos de curvas:

Una recta:

R → R^2

t → (t, 2t-1)

t	(x(t),y(t))

Nudo de Newton
R → R^2
T → (t^2,t^3)

t	(x(t),y(t))

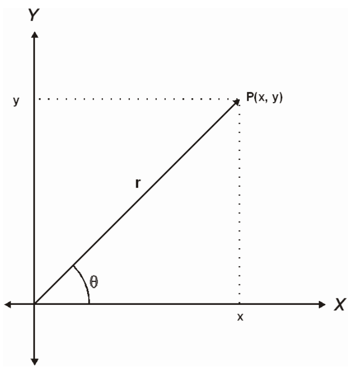
Catenaria :
R → R^2

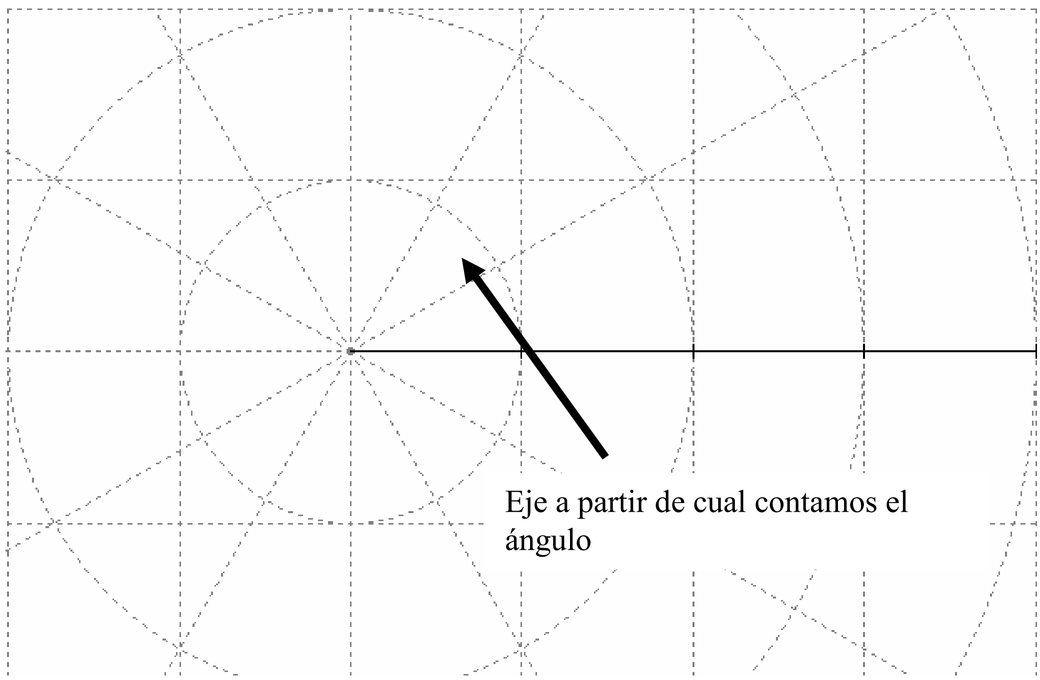
T → (t, $\frac{e^{at}+e^{-at}}{2a}$)

Coordenadas Polares:

Hemos visto que los puntos del plano se pueden representar en coordenadas cartesianas mediante dos números (abscisa, ordenada). Ahora veremos que los puntos del plano también se pueden representar usando otro sistema de referencia, que denominamos coordenadas polares.

En este tipo de representación los puntos del plano tienen asociados dos coordenadas: su **distancia** al origen y el **ángulo** con el eje x. A la distancia se le suele llamar **radio** y se designa por la letra **r** o la letra griega ρ (rho), al ángulo se le suele designar por la letra griega θ (alfa).

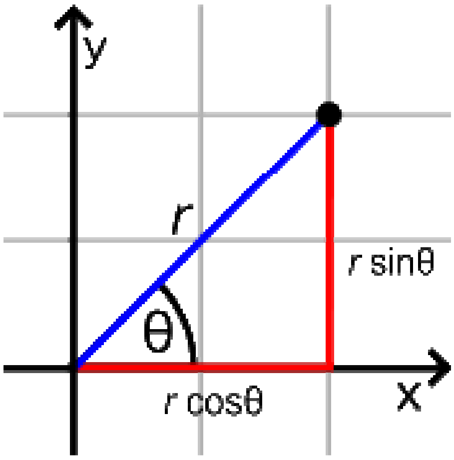




Este sería el plano visto en coordenadas polares.

Relación entre plano cartesiano y plano polar

Como el plano es el mismo, el mismo punto podemos localizarlo de dos formas distintas, con coordenadas cartesianas ó polares, de modo que si un punto tiene coordenadas cartesianas (x,y), el mismo punto tiene coordenadas polares (rcos(θ), rsen(θ), siendo θ el ángulo de inclinación del vector que une el origen con el punto.



Para familiarizarte con estas nuevas coordenadas intenta hacer este ejercicio.

1.- Representa en tu cuaderno los siguientes puntos:

ρ	3	2	4	5	6
θ	45º	150º	0º	330º	200º

2.- ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de los puntos anteriores?

Representación de curvas en coordenadas polares

Con estas coordenadas también podemos dibujar curvas, vamos a ver como.

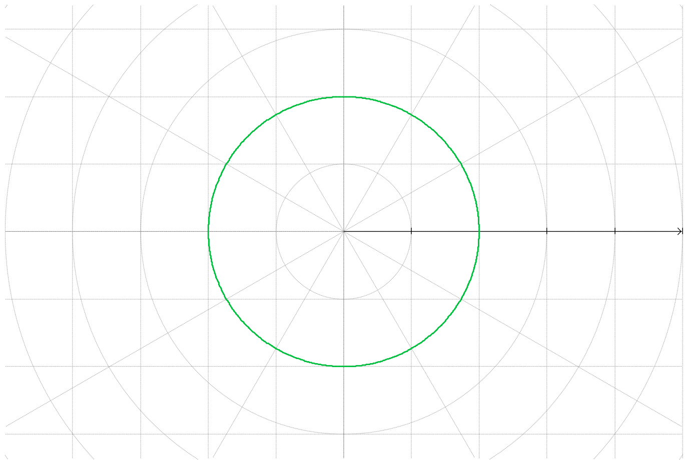
Según el lenguaje que usamos en clase, una curva en polares es una aplicación de $I \rightarrow R^2$ de forma que a $\theta \rightarrow r=f(\theta)$

Ejemplos:

Circunferencia

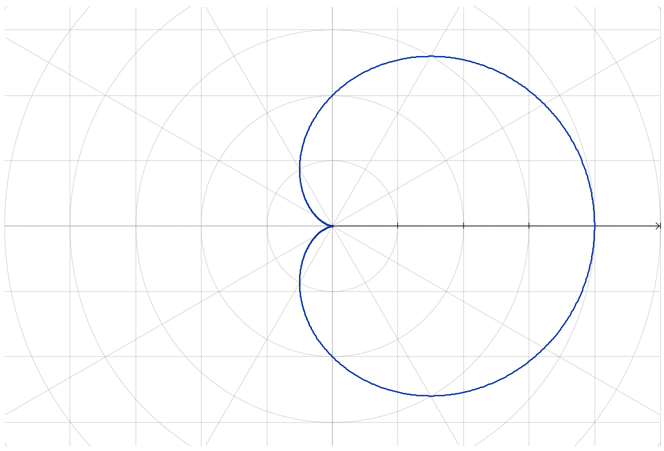
$I \rightarrow R^2$
$\theta \rightarrow 2$

Θ	$R=f(\theta)$
0	3



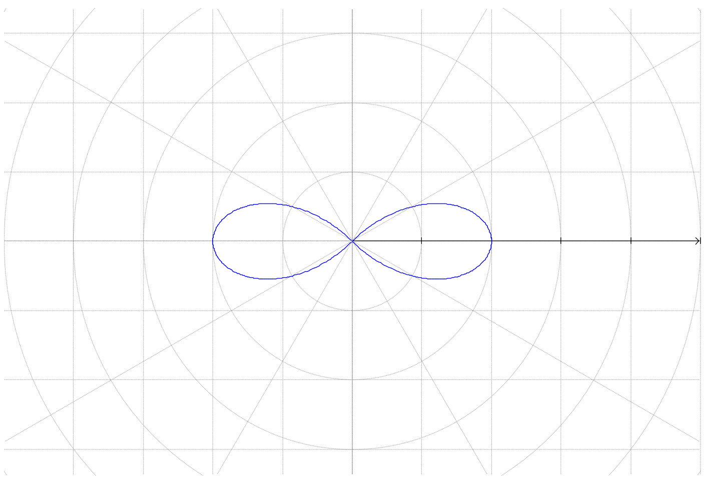
Cardiode

$I \rightarrow R^2$
$\theta \rightarrow r = 2a(1+\cos(\theta))$



Lemniscata de Bernouilli

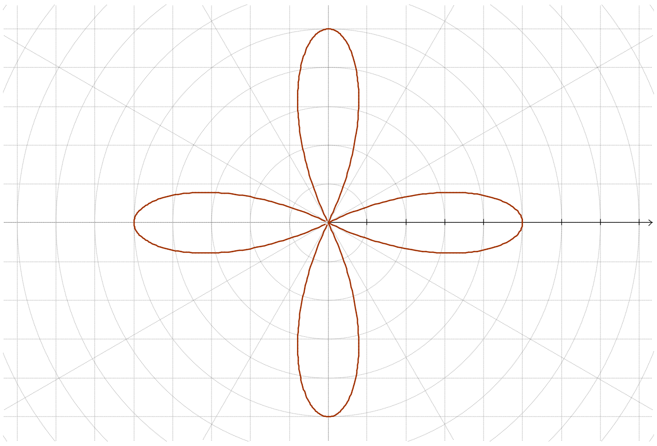
$I \rightarrow R^2$
$\theta \rightarrow r^2=2a^2\cos(2\theta)$



Lazos

$I \rightarrow R^2$

$\theta \rightarrow r^2 = 1 + a\cos(a\theta))$



Espirales

$I \rightarrow R^2$

$\theta \rightarrow r = ka^{\theta}$