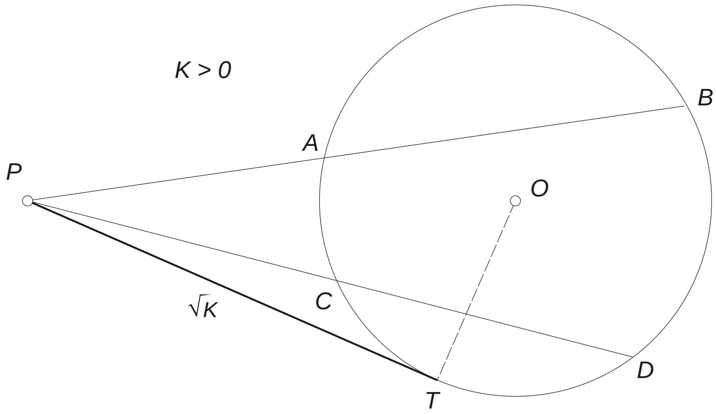
PROPORCIONALIDAD INVERSA: POTENCIA

Son magnitudes inversamente proporcionales las que varían manteniendo su producto constante (a.b = a'.b')

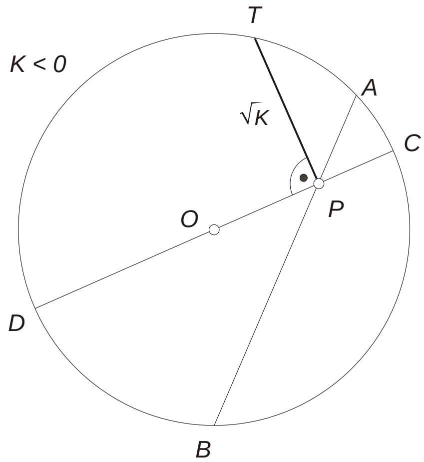
Potencia (de un punto respecto de una circunferencia)

Denominamos así al valor constante de la razón entre las distancias de un punto dado a dos puntos de una circunferencia alineados con él.

$$PA \,.\, PB = PC \,.\, PD = PT^2 = K$$

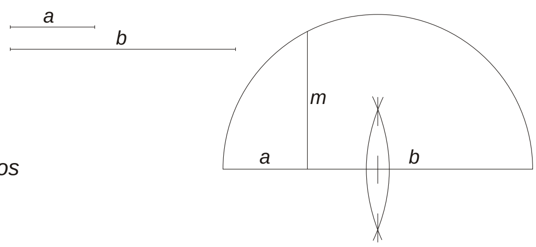


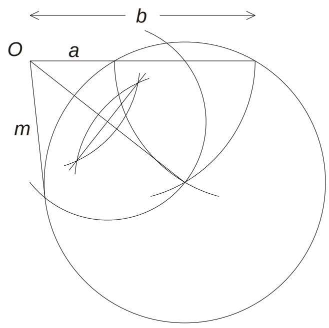
Los puntos exteriores a la circunferencia tienen potencia de valor positivo respecto de ella (K>0). Los interiores tienen potencia de valor negativo (K<0), y los contenidos en la circunferencia potencia 0.



Segmento representativo de la potencia

No suele tener interés práctico calcular un segmento de longitud el valor K, pero sí lo tiene si su valor métrico es la raíz de K, ya que es la media proporcional de los otros pares de distancias.
Para K>0 este segmento tiene un extremo en P y outro en el punto (T) donde toca la circunferencia una recta tangente que pasa por P.
Para K<0 es la semicuerda (PT) perpendicular al diámetro que pasa por P.





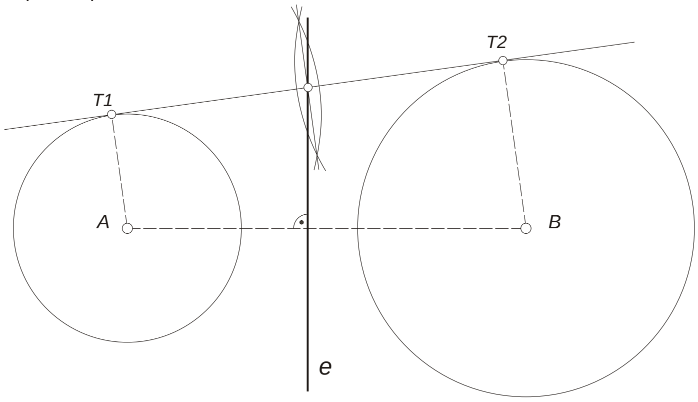
Aplicación: calcular el medio proporcional de dos segmentos a y b dados.

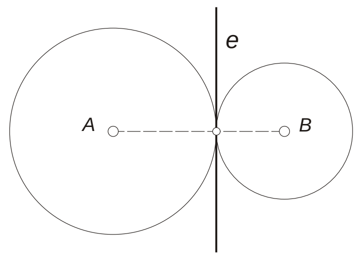
Si comenzamos sumando a y b, colocándolos de forma contigua, trazamos una semicircunferencia que tenga la suma como diámetro, y trazamos una perpendicular desde el extremo común de a y b hasta el arco.
Si superponemos a y b a partir de un punto O, trazamos cualquier circunferencia que pase por los dos extremos no comunes, y desde el punto O una recta tangente a ella. La distancia desde O al punto de tangencia es el valor m.

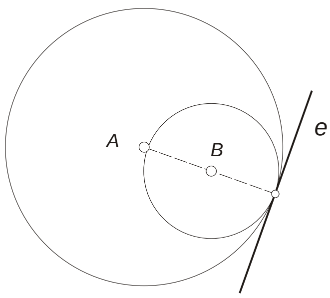
Eje Radical (de dos circunferencias)

Es el lugar geométrico de los puntos con igual potencia respecto de dos circunferencias.

El Eje Radical es siempre perpendicular a la recta que pasa por los centros.
Corta las rectas tanxentes comunes a igual distancia de los puntos de tangencia.
Pasa por los puntos comunes de las circunferencias secantes.



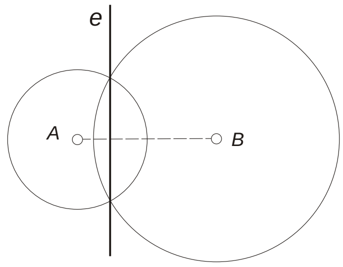




El eje radical de dos circunferencias tangentes, exteriores ó interiores, es la recta tangente común, ya que el punto común tiene igual potencia respecto de ambas, y el eje debe ser perpendicular a la recta que pasa por los centros.

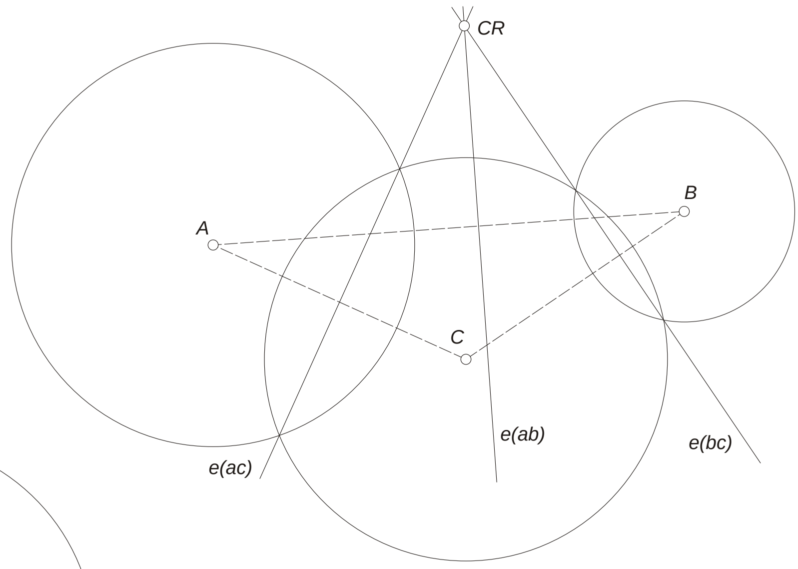
Son errores comunes confundir el eje radical con la mediatriz del segmento de la recta tangente común, ó con la mediatriz del segmento que une los centros, pero estas situaciones sólo se dan si las circunferencias tienen igual radio. El eje tampoco equidista de las dos circunferencias. Obsérvese cómo pasa más cerca de la más grande.

Paulo Porta

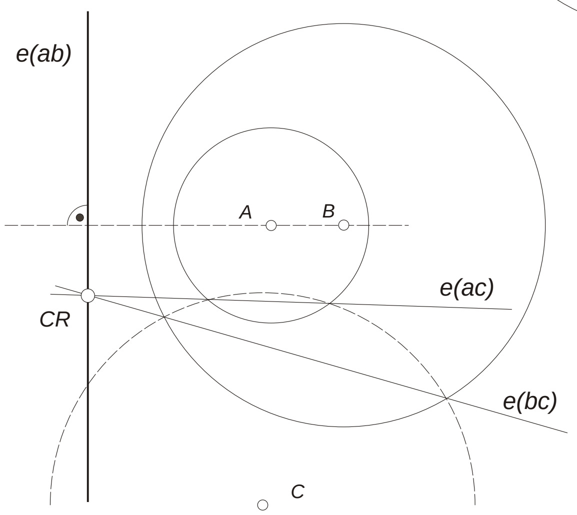


Centro Radical (de tres circunferencias)

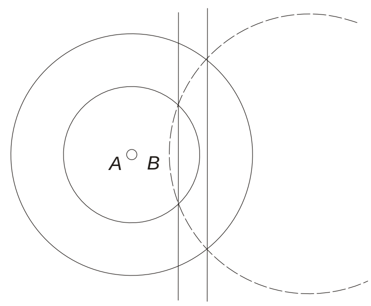
Es el punto con igual potencia respecto de tres circunferencias. Por el Centro Radical deben pasar necesariamente los tres ejes radicales.



El eje radical de dos circunferencias secantes es la recta que pasa por los punto comunes, ya que cada uno de ellos tiene igual potencia (potencia 0) respecto de ambas.



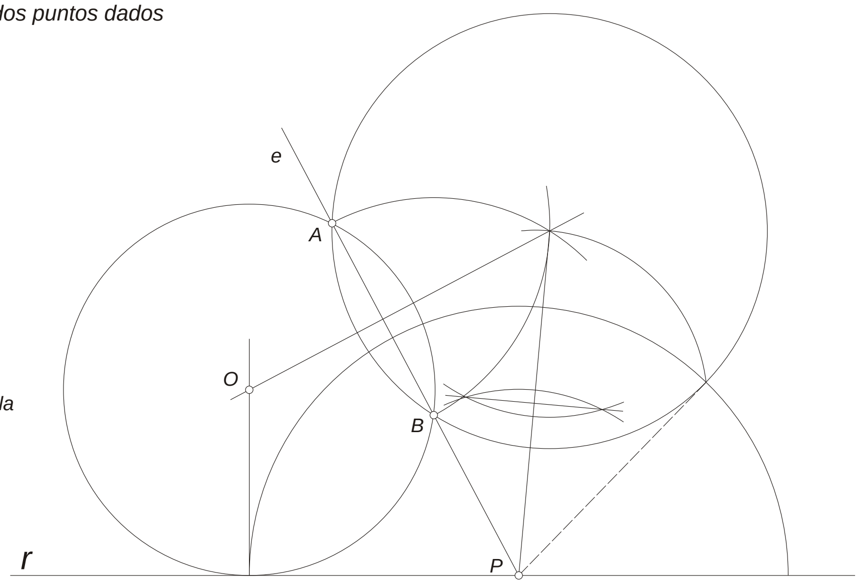
Para localizar el eje radical de dos circunferencias interiores, al no existir ninguna recta tangente común, el método más práctico es trazar una tercera circunferencia, auxiliar, secante a las dos primeras, lo que proporciona directamente dos ejes radicales. El punto donde se cortan es el centro radical de las tres circunferencias, así que la recta que pasa por él perpendicularmente a la que pasa por los centros A y B, es el eje que falta.



Si tratamos de hacer la misma operación con dos circunferencias concéntricas, veremos que los dos ejes obtenidos son paralelos y no se cortan, y tampoco hay una recta que defina una dirección pasando por A y B. Las circunferencias concéntricas no tienen eje radical, porque ningún punto del plano tiene la misma potencia respecto de las dos.

Aplicación: Trazar una circunferencia que pase por dos puntos dados tangente a una recta dada.

La condición de pasar por los puntos A y B la cumplen infinitas circunferencias, todas las que tengan su centro en la mediatriz de A y B, por tanto equidistante de los dos puntos. Lo que tienen en común todas estas circunferencias es el eje radical e.
Este eje corta en el punto P a la recta que sabemos es tangente a la circunferencia que buscamos. Como no conocemos el punto de tangencia trazamos en primer lugar una que cumpla la primera condición, pasando por A y B. Tratamos de trazar una recta tangent e a ella desde P, y una vez que sabemos la distancia de P al punto de contacto, la llevamos sobre la recta r. Si desde cualquiera de los dos puntos que obtenemos en ella trazamos una perpendicular, tendremos en la mediatriz de A y B un centro válido.



Paulo Porta